

## PROCESOS METACOGNITIVOS EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS: EXPERIENCIA CON ESTUDIANTES DE GRADO NOVENO CON DESEMPEÑO SUPERIOR Y BAJO

Luz Mery Pulido Gordillo

[luzmery18@hotmail.com](mailto:luzmery18@hotmail.com); [luzmery1018@gmail.com](mailto:luzmery1018@gmail.com)

Secretaría de Educación de Bogotá, Colombia. Colegio Agustín Fernández

Reporte de investigación

Resolución de problemas matemáticos y metacognición

Básico (preescolar, primaria y secundaria).

### RESUMEN

Este estudio buscó caracterizar los procesos metacognitivos que llevan a cabo los estudiantes de grado noveno con desempeños superior y bajo en matemáticas cuando resuelven problemas de esta área. Considerando los procesos de planeación, regulación – control y evaluación que constituyen el componente procedimental de la metacognición, los resultados muestran como principales diferencias que los estudiantes de desempeño superior logran una definición y representación más adecuada de los problemas, monitorean de manera reiterada su comprensión e interactúan constantemente con las demandas de cada uno de ellos, por lo que pueden superar algunas limitaciones derivadas de la falta de conocimientos específicos de las matemáticas, que favorecen la manera como resuelven las situaciones planteadas.

**PALABRAS CLAVES:** Resolución de problemas matemáticos, metacognición, conocimiento declarativo, conocimiento procedimental.

### INTRODUCCIÓN

Desde la aparición del término metacognición, acuñado por Flavell en la década de los 70 para referirse al conocimiento que se tiene acerca de los procesos y productos cognitivos y al control necesario que se debe ejercer sobre los mismos, se han realizado diversas investigaciones frente al tema, en dominios específicos como la lectura, la escritura, la resolución de problemas y las matemáticas, entre otros, pues se reconoce que tiene un papel importante en el aprendizaje.

En el caso particular de la educación matemática, investigaciones como las adelantadas por Rodríguez (2005), Tárraga (2008), Silva (2006), Curotto (2010), Sáiz y Román (2011), Pifarré y Sanuy (2001), Peñalva (2010), entre otros, han concluido que la metacognición es fundamental en la solución de problemas matemáticos, puesto que esta permite al sujeto no sólo reflexionar sobre la tarea a la que se encuentra enfrentado, las estrategias de solución que puede tener en cuenta para lograr su objetivo y regular su ejecución; sino que además le permite identificar sus propias deficiencias, de tal manera que reconociéndolas, pueda plantearse a sí mismo acciones que le permitan lograr el objetivo de resolver los problemas matemáticos.

En el contexto Colombiano, los resultados de pruebas internacionales como Pisa y la prueba Saber que se realiza en el país, han puesto de manifiesto las deficiencias de los estudiantes a la hora de resolver problemas, lo cual es también evidenciado en las instituciones educativas. Considerando además que son los estudiantes de grado noveno quienes a nivel de prueba Saber

tienen los resultados más bajos, es relevante indagar por los procesos metacognitivos que llevan a cabo estos alumnos cuando se enfrentan a este tipo de tarea. En este sentido, el estudio permite realizar aportes al campo de la educación matemática, ya que se constituye en una posibilidad para ampliar el campo de análisis de los factores de éxito o fracaso escolar, del dominio del conocimiento específico de las matemáticas y los factores motivacionales, al ámbito de la cognición y la metacognición, como aspectos fundamentales a tener en cuenta en la enseñanza.

Es una oportunidad para pensar lo que educativamente se está haciendo y logrando frente a los procesos de enseñanza y aprendizaje, al lograr identificar lo que los estudiantes piensan sobre sí mismos cuando resuelven un problema, las estrategias que han interiorizado y cómo las ponen al servicio de la tarea específica de hallar la solución a una situación matemática.

De acuerdo con lo anterior, esta investigación pretendió responder a la siguiente pregunta: *¿Qué procesos metacognitivos llevan a cabo los estudiantes de grado noveno con desempeño superior y bajo en el área de matemáticas del Colegio Agustín Fernández I.E.D, cuando resuelven problemas matemáticos?*

Para tal fin, se plantearon tres objetivos específicos: el primero, indagar sobre el conocimiento que tienen los estudiantes sobre sus propias habilidades para resolver problemas matemáticos y las estrategias que implementan cuando tienen que solucionarlos. El segundo, describir los procesos metacognitivos de regulación y control que llevan a cabo los estudiantes con desempeño superior y bajo cuando tienen que resolver problemas matemáticos. Finalmente, se pretende comparar los procesos metacognitivos que llevan a cabo los estudiantes con desempeño superior y bajo, cuando resuelven este tipo de tarea.

### MARCO TEÓRICO

El marco referencial del estudio tuvo como ejes centrales la metacognición y la resolución de problemas. Frente a la metacognición, se siguieron los planteamientos de Flavell (1985), Brown (citada en Mateos, 2001) y Mateos (2001). Así, la metacognición se refiere tanto al conocimiento que tienen las personas de su propio funcionamiento cognitivo, como a los procesos de supervisión y regulación que se ejerce de la actividad cognitiva cuando se realiza una tarea.

Esto permite diferenciar dos componentes, el primero de ellos el conocimiento declarativo que hace referencia al saber qué, en relación con tres categorías: las personas, las tareas y las estrategias. La categoría personas se relaciona con el conocimiento, las creencias y características relevantes a la actividad cognitiva, en términos de Flavell (1985), incluye “cualquier conocimiento y creencia que uno pudiera adquirir respecto a qué son los seres humanos considerados como procesadores cognitivos” (p. 147). La categoría de las tareas tiene que ver con “la naturaleza de la información que uno encuentra y a la que tiene que enfrentarse en cualquier tarea cognitiva” (Flavell, 1985, p.147). Por su parte, las estrategias se relacionan con aquello que se ha aprendido previamente en relación con las formas de lograr una meta cognitiva que se halla propuesto.

El segundo componente es el conocimiento procedimental y se refiere al saber cómo, esto es, los procesos de supervisión y regulación del progreso en la tarea y de la actividad cognitiva, los cuales son planeación, regulación - control y evaluación. La planeación se refiere, de acuerdo con Soto (2002), a la actividad que realiza el sujeto antes de enfrentarse a una tarea, en la que se incluye el diseño de una heurística que determine el conjunto de acciones y estrategias que hay que seguir para alcanzar la meta propuesta. El control, tiene que ver con la auto-observación que

se realiza durante la ejecución de la tarea a fin de determinar el progreso de la estrategia; y se puede manifestar en actividades de verificación, rectificación y revisión (Brown, citada en Martí, 1995). La evaluación, consiste en hacer la confirmación de que la estrategia ha sido adecuada o si es necesario hacer cambios en la misma. Se realiza al finalizar la tarea y pretende evaluar los resultados de la eficacia de la estrategia utilizada para resolverla (Brown, citada en Martí, 1995).

En cuanto a la resolución de problemas matemáticos, se consideraron los aportes de autores como Polya (1981), Puig (1996), Rodríguez (2005), Pifarré y Sanuy (2001), Sáiz y Roman (2011), Montague (2010) y Schoenfeld (citado en Hernández & Socas, 1994) en relación a qué se entiende por problema matemático, la clasificación de los mismos y los modelos de resolución. Así, se considera que un problema matemático es una situación en la que el enunciado no permite establecer de manera inmediata la solución ni el procedimiento a llevar a cabo, pero que puede ser modelada a través del lenguaje matemático para encontrar su solución. La resolución del problema son el conjunto de estrategias cognitivas, metacognitivas y procedimentales que lleva a cabo una persona para encontrar la solución de la situación.

### MÉTODOS Y MATERIALES

El estudio tuvo un enfoque cualitativo con alcance descriptivo. La población correspondió a los estudiantes de grado noveno del Colegio Agustín Fernández I.E.D., institución ubicada en los cerros nororientales de Bogotá (Colombia), cuyas edades estaban comprendidas entre los 13 y 17 años, de donde se seleccionó una muestra de diez alumnos (ocho mujeres y dos hombres), cinco con desempeño superior en matemáticas, es decir que su calificación en el área se encontraba en un rango de 9 a 10; y cinco con desempeño bajo, cuyas valoraciones estaban entre 1.0 a 5.9.

Para la recolección de los datos se utilizaron como instrumentos un informe escrito a través de la modalidad de entrevista semiestructurada, una escala Likert de evaluación metacognitiva y la observación durante la ejecución de tres problemas matemáticos, en modalidad de tutoría y de pensamiento en voz alta. En relación con los problemas, el primero de ellos tiene que ver con la compra de productos para un asado que exige el conocimiento de unidades de peso y los factores de conversión entre ellas, así como el manejo de las operaciones básicas para poder comparar y decidir entre tres supermercados en cuál de ellos resulta más económica la compra.

Los problemas 2 y 3 tienen que ver con el concepto de variación matemática que permite establecer relaciones de dependencia entre variables. Las demandas adicionales incluían el manejo de las operaciones básicas y la comprensión del concepto de fracción para poder calcular mitades, quintas partes, entre otros.

Para efectos de facilitar la comprensión de los resultados de parte del lector, se incluye la parte central del texto del problema 2 asociado al pensamiento variacional:

*“La junta de acción comunal del barrio Santa Cecilia organizó un paseo de los habitantes del sector a un centro vacacional en Melgar que cobra los siguientes precios por sus servicios (...). Al paseo fueron un total de 420 personas, incluyendo menores de edad y adultos. Por cada adulto que va al paseo, van dos menores de edad. Del total de adultos que va al paseo la mitad son hombres y la otra mitad son mujeres. Del total de los menores de edad, la quinta parte son niños y las restantes niñas. (...). ¿Cuál es el costo total que se le debe cancelar al centro vacacional, incluyendo el ingreso y todos los servicios utilizados?”.*

Las categorías de análisis de la información recolectada fueron el conocimiento declarativo, el conocimiento procedimental de la metacognición y las estrategias de solución de problemas. Del primero se desprenden las subcategorías del conocimiento intraindividual, de la tareas y las estrategias; mientras que el segundo se relaciona con la planeación, la regulación y la evaluación de la ejecución de los problemas. Los datos obtenidos con cada uno de los instrumentos fueron vaciados en matrices que asociaban las subcategorías con los reportes verbales de los estudiantes y se procede a realizar su triangulación, con base en la cual se determinaron los resultados.

### RESULTADOS

Considerando el componente declarativo de la metacognición, los resultados mostraron que los alumnos de ambos grupos de desempeño reconocen sus propias fortalezas y dificultades en la resolución de problemas, las cuales se asocian principalmente con el conocimiento y dominio específico de las matemáticas. Fue posible además identificar una serie de características propias de cada alumno, como por ejemplo que en ciertos momentos pierden la concentración en lo que estaban haciendo y que no leen de manera adecuada y suficiente el problema, lo que conlleva a que lo resuelvan mal. En este componente, son dos las grandes diferencias. La primera es que los estudiantes de desempeño superior en la resolución de los problemas planteados siempre se dieron cuenta de lo que no comprendían, por lo que ajustaron su plan y ejecución a lo que entendieron y sabían hacer, así como evaluaron su solución con base en estos criterios; mientras que los alumnos de nivel bajo no siempre se dieron cuenta que no habían comprendido, o aún sabiéndolo, continuaron con el problema como si hubieran entendido y al final juzgaron su resultado como adecuado, tomando como base criterios de operatividad. Un ejemplo de esta situación se verá más adelante al considerar la subcategoría de la evaluación que forma parte del componente procedimental.

La segunda diferencia se relaciona con el conocimiento de la tarea. Para el caso del problema 2 que se describió anteriormente, los estudiantes del nivel superior mostraron en su mayoría comprensión de la relación adultos - niños y también del significado de la fracción como una relación entre una parte y un todo, aunque no necesariamente conocían los procedimientos matemáticos que les permitían dar la solución; mientras que los alumnos de desempeño bajo en general tienen desconocimiento de este tipo de demandas y además pasan por alto información que es relevante para la solución. Ejemplo de ello son las siguientes narraciones de estudiantes del desempeño bajo (EDB):

EDB 1: *“Uh, bueno, vamos a hacer esto (...). 110, uh, no entiendo aquí, al paseo fueron un total de 420 personas, incluyendo menores de edad y adultos. Uh, no entiendo”;*

EDB 2: *“¿La quinta parte? Ahí si me corchaste. Quinta parte...la quinta parte son niños y la restante son niñas. Pues acá la quinta parte. No ahí me corchaste ahí si”.*

Al considerar la subcategoría del conocimiento de las estrategias, los estudiantes de ambos grupos de desempeño mostraron conocer y emplear de manera principal las operaciones básicas. Sin embargo, los estudiantes del desempeño superior (EDS) pudieron elegir la más adecuada a la situación, ya que las dominan todas, mientras que los del desempeño bajo seleccionaron la que saben hacer, fundamentalmente las de carácter aditivo. Estrategias matemáticas como el planteamiento y solución de un sistema de ecuaciones que ayudaría a resolver la relación entre adultos y niños del problema 2, no son utilizadas por ningún grupo de estudiantes. Al preguntarle

## 1. Aproximaciones Teóricas en Matemática Educativa

a los participantes, “*De qué otra forma habrías podido resolver el problema?*”, se dieron expresiones como:

*EDS 1: “No se me ocurre otra manera de resolver el problema”.*

*EDS 2: “También podía multiplicar pero creía que no me quedaba bien resuelto, por eso elegí la suma con la resta para que me quedara bien”.*

Considerando ahora el conocimiento procedimental, en el proceso de planeación la diferencia significativa entre los estudiantes del desempeño superior y los del bajo estuvo en la definición y representación que se hicieron del problema. En los estudiantes del desempeño superior, esta definición se correspondió con las relaciones, datos, instrucciones e información específica dada en las situaciones problemáticas, mientras que para los del nivel bajo hubo una definición que no siempre tuvo en cuenta los elementos relevantes o fueron parcializados.

El elemento metacognitivo que apoyó la representación del problema fue concentrarse en la información relevante. En quienes lo hicieron de manera constante, teniendo en cuenta los datos textuales, se observó un mejor proceso de resolución; quienes los perdieron de vista, cometieron errores de tipo operativo o tomaron decisiones que no se ajustaban al problema.

Considerando ahora los procesos de regulación y control, los elementos metacognitivos que marcaron las diferencias entre grupos fueron: interactuar con las demandas, monitorear la comprensión y pausar la solución para detenerse a revisar qué pide el problema. La interacción con las demandas de la tarea para determinar la estrategia aplicable fue el elemento metacognitivo más recurrente en ambos grupos de desempeño, lo cual fue puesto de manifiesto en los reportes verbales de los estudiantes en la manera como cada uno se va dando las orientaciones en los subproblemas y que les permitió determinar las relaciones, las operaciones e indicarse cómo ejecutar el procedimiento. Sin embargo, teniendo en cuenta que la representación del problema por parte de los estudiantes del desempeño bajo no fue siempre la adecuada, este elemento no resulta del todo efectivo para ellos, como si lo es para los del nivel superior.

En relación con el monitoreo de la comprensión y teniendo en cuenta las diferencias entre los grupos frente a la definición y representación del problema, se observó que los estudiantes del desempeño bajo se quedaron con la comprensión inicial y no la siguieron monitoreando, mientras que los del superior supervisaron con mayor frecuencia que su comprensión se ajustara a las demandas del problema. No sólo se concentraron en la ejecución, sino que hicieron inferencias frente a las relaciones de las variables del problema y de los resultados parciales a través de reflexiones y razonamientos.

Para el caso del problema 2 que se ha venido describiendo, un estudiante de desempeño superior permite en su narración observar todos los elementos hasta aquí mencionados:

*EDS “Si van 420 personas, si van, dice por cada adulto que va al paseo van 2 menores de edad, si van, por cada adulto. Del total de adultos. Si van 100 adultos, van 100 adultos, van 100 adultos, por cada adulto que va al paseo van 2 mujeres (jjaja), van 2 niños, entonces van 200 niños y eso sumaría, darían 400. Si van 110 adultos van 120, 220, 220 niños, 0, 3, entonces se suma, 2 más 1 da 3, 2 más 1, da 3, entonces no alcanza. Si van 120 adultos, van 240 niños (...). Entonces sería 420. Entonces serían 140 adultos y 280 niños”.*



Por su parte, un estudiante de desempeño bajo lo narra de la siguiente manera:

*EDB: “Tonces toca, pera miro acá. Al paseo fueron 42 personas incluyendo menores y adultos. Por cada adulto que va al paseo van 2 menores de edad. Tonces van 42 personas. Por cada adulto que va, van dos menores de edad, tonces van...(susurra) del total de adultos que va al paseo la mitad son hombres, tonces mitad de (susurra). Mira entonces acá saque la mitad de 420 que son 210. Tonces van 150 mujeres, si, no mentiras. Van 210 mujeres, 210 hombres.”*

Frente al proceso de evaluación es coincidente que ningún grupo de estudiantes se cuestionó por la efectividad de su estrategia. La diferencia significativa es que los juicios emitidos por los alumnos del desempeño superior fueron más consecuentes con lo que reconocieron entender y lo que sabían frente a las demandas del problema, que los del desempeño bajo. Como ejemplo de esta situación, ante la pregunta realizada por la investigadora al finalizar la resolución del problema 2, “¿cómo crees que te quedó el problema?”, una estudiante del desempeño bajo responde - “bien, (...), pues porque hice las multiplicaciones bien y porque aquí dice el costo y cuántas personas van”; pero el problema tiene una solución inadecuada. Mientras que una estudiante del desempeño superior responde - “Mal. (...). Porque no supe sacar la quinta, entonces supuse la mitad (jajaja). Entonces se que me quedó mal”; que corresponde a la realidad de la solución.

### CONCLUSIONES

De acuerdo con los resultados presentados previamente las principales diferencias encontradas entre los dos grupos de desempeño se relacionan con la definición y representación del problema, el monitoreo de la comprensión y la interacción permanente con las demandas de la tarea que llevan a cabo los estudiantes del desempeño superior respecto a los del nivel bajo; que sumado al dominio que tienen de algunas estrategias operativas más, hacen que su resolución sea más completa y acorde con la información presentada en el problema, sin que necesariamente hayan encontrado la solución.

Si se considera la metacognición como el conocimiento sobre la propia actividad cognitiva, en relación con las variables persona, tarea y estrategias, puede decirse que los estudiantes de ambos grupos de desempeño realizan metacognición. Sin embargo, si fuera posible hablar de grados de profundidad de metacognición, en donde se tenga en cuenta no sólo la identificación de las propias limitaciones y fortalezas, sino el aprovechamiento de estas últimas en la superación de las primeras, en favor de la resolución de los problemas, como lo plantea Flavell (1985), son los estudiantes de desempeño superior los que muestran mayor conocimiento metacognitivo.

Pero si se considera otro tipo de concepciones como la de Kuhn y Dean (citados en Lai, 2011), quienes definen la metacognición como aquello que le permite a un estudiante a quien se le ha enseñado una estrategia específica para resolver un problema en un contexto determinado, recuperar e implementar dicha estrategia en un contexto similar, pero nuevo; puede decirse que ninguno de los grupos de desempeño realiza metacognición puesto que no transfieren a estos nuevos problemas las estrategias cognitivas y procedimentales propias de las matemáticas que se les han enseñado previamente a lo largo de la escolaridad (particularmente los de carácter analítico).

Considerando ahora la metacognición como los procesos de supervisión cognitiva puede decirse que los estudiantes del desempeño superior durante la resolución de los problemas comprenden,

seleccionan las estrategias, regulan – controlan, y evalúan con mayor precisión que los del nivel bajo. La misma comparación se puede establecer al interior de cada grupo, por lo que entre los de desempeño alto y los del nivel bajo resuelven mejor los problemas quienes supervisan su cognición.

Con lo anterior se reafirman los hallazgos de estudios comparativos entre sujetos de distinto nivel de competencia como los realizados por Mateos (2001) y Schoenfeld (citado en Dunlonsky & Metcalfe, 2009) y lo expresado por Organista (2005) en relación a que los procesos de regulación ayudan tanto a expertos como a novatos, pues los novatos que obtienen mejores resultados en la solución de problemas son los que controlan, planean y supervisan las estrategias utilizadas y a su vez pueden identificar sus deficiencias en la comprensión y en las operaciones realizadas.

Sin embargo, es importante considerar que los procesos de supervisión cognitiva del componente procedimental aunque influyen de manera positiva la resolución de los problemas, por si solas no garantizan el éxito en la solución, ya que se requiere de conocimientos específicos frente a las demandas y las estrategias que tiene en sí misma la tarea, pues ante su desconocimiento, se limita la ejecución. Esto resulta congruente con lo planteado por Pozo y Mateos (2009) en relación a que es imposible controlar el propio aprendizaje sin una base mínima de conocimientos específicos sobre el cual se ejerza dicho proceso y que la efectividad de la gestión metacognitiva del conocimiento varía en función del dominio que tenga el estudiante de las demandas de la tarea. Para el problema que ha servido de ejemplo, queda en evidencia que si un estudiante no sabe cómo hallar la quinta parte de una cantidad, o no entiende la relación 1:2 entre adultos y niños, la resolución del problema resulta imposible.

En la relación inversa, mayor conocimiento específico tampoco garantiza por sí sólo el éxito en la solución del problema, pues por ejemplo, si se compara el grupo de estudiantes del desempeño superior, algunos tienen más herramientas matemáticas que otros, pero aún así, en ocasiones se equivocaron más que los demás compañeros, aunque su procedimiento estuvo regulado por algunos elementos metacognitivos. Un estudiante por ejemplo aún conociendo cómo resolver el problema, cambió la cantidad de personas de 420 a 320, por lo que en adelante la resolución resultó errónea. Esto es concordante con la afirmación hecha por González (1996), en relación a que aunque se tengan ciertos conocimientos, sino se poseen habilidades metacognitivas se puede fallar con frecuencia en la manera que se usa o no se es capaz de resolver el problema.

Por último, es importante decir que los hallazgos de esta investigación invitan a pensar en la necesidad de mejorar los procesos de enseñanza de las matemáticas, en donde la metacognición ofrece una amplia variedad de oportunidades para explorar e implementar en el aula, a fin de lograr que el aprender a aprender sea una realidad en los propios docentes y en los estudiantes, por lo que es importante que sobre todo los maestros se interesen en el tema y se apropien de este campo de investigación en su práctica pedagógica. Desde el estudio, se plantea un modelo de enseñanza de resolución de problemas que involucra los procesos de supervisión y regulación metacognitiva, que se espera implementar en una nueva investigación y se tiene la expectativa de compartir en una nueva oportunidad.

### REFERENCIAS

Curotto, M. (2010). La metacognición en el aprendizaje de la matemática. *Revista Electrónica Iberoamericana de Educación en Ciencias y Tecnología*, 3(2), 11 – 27. Recuperado de: <http://www.exactas.unca.edu.ar/riecyt/VOL%202%20NUM%202/Archivos%20Digitales/DOC%201%20RIECyT%20V2%20N2%20Nov%202010.pdf>

## 1. Aproximaciones Teóricas en Matemática Educativa

- Dunlonsky, J., & Metcalfe, J. (2009). *Metacognition*. London: Sage.
- Flavell, J. (1985). *El desarrollo cognitivo*. Madrid, España: Visor.
- CCH. (sin año). *Programa de estudios de Matemáticas. Semestres I a IV. PEA*. México: UNAM.
- Camacho, V. (2014). *Algunas dificultades para transitar entre un buen desempeño algorítmico y la demostración en el nivel superior*. México D.F.: DME, Cinvestav.
- Cantoral, R. (2013). *Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa* (Primera edición ed.). (E. Serna, Ed.) Barcelona, España: Editorial Gedisa, S. A.
- Larios, V. (2006). *La influencia de la computadora como mediadora semiótica entre el conocimiento y el alumno: El caso de la Geometría*. Retrieved 03 de mayo de 2014 from Sociedad Mexicana de Computación en la Educación: [www.somece.org.mx](http://www.somece.org.mx)
- Larios, V., & Díaz-Barriga, A. (2013). *Las prácticas docentes en Matemáticas en el estado de Querétaro*. Querétaro: UAQ.
- Larios, V., & González, N. (2010). Aspectos que influyen en la construcción de la demostración en ambientes de geometría dinámica. *Revista Latinoamericana en Matemática Educativa*, 147-160.
- Larios, V., & González, N. (2012). *Justificaciones en la Geometría Dinámica de Secundaria*. Alemania: Academia Española.
- Lewin, K. (1946). Action-Research and Minority Problems. *Journal of Social Issues*, 2, pp. 34-46.
- Ávila, L. (2011). *La modelación en el entendimiento del concepto de función en estudiantes de bachillerato*. Puebla, México: Tesis para obtener el grado de maestría, sin publicar. UPAEP.
- Brousseau, G. (1997). *Theory of Didactical Situations in Mathematics*. Educación Library. Kluwer Academic Publishers.
- Daniels, H. (2003). *Vygotsky y la pedagogía*. Barcelona: Paidós.
- Dewey, J. (1989). *Cómo pensamos: nueva exposición de la relación entre pensamiento*. Barcelona, España: Paidós.
- Duval, R. (1993). Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitive de la pensée. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 5: 37-65.
- Flores, H. (2007). Aprender Matemática, Haciendo Matemática: modelo de enseñanza centrado en el estudiante. *Acta scientiae vol. 9, num. 1*, pp. 28-40.
- Flores, H. (2007). *Prácticas Argumentativas y Esquemas de Argumentación en Profesores de Matemáticas del Bachillerato*. México: Tesis de doctorado con especialidad en Matemática Educativa. CINVESTAV-IPN.
- Flores, H., & Gómez, A. (2009). Aprender Matemática, Haciendo Matemática: la evaluación en el aula. *Educación Matemática. Vol. 21, no.2*, pp. 117-142.



## 1. Aproximaciones Teóricas en Matemática Educativa

- Font, M., Planas, N., & J. Godino. (2010). Modelo para el análisis didáctico en educación matemática. *Infancia y Aprendizaje*, 89-105.
- García, M. J. (2006). *Lectura y Conocimiento*. Barcelona: Paidós.
- Gómez, A. (2007). *Evaluación en actividades con uso de tecnología*. México: Tesis de maestría. Sin publicar. CICATA Legaria-IPN.
- Hanna, G. (10-15 de mayo de 2009). *International Commission on Mathematical instruction*. Retrieved 28 de abril de 2014 from ICMI 19: [www.mathunion.org](http://www.mathunion.org)
- Hanna, G. (2000). Proof, explanation and exploration: An overview. *Educational Studies in Mathematics*, 5-23.
- Hernández Sampieri, R., Fernández, C. C., & Baptista, L. P. (2007). *Metodología de la investigación*. México: McGraw - Hill Interamericana.
- Martí, E. ((1995).). *Metacognición: entre la fascinación y el desencanto*. *Infancia y Aprendizaje*, 75, 9 – 32.
- Mateos, M. (2001). *Metacognición y Educación*. Barcelona: Aique.
- Mathematics, N. C. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. EEUU: NCTM.
- Mejía, J. (2012). An assessment model for proof comprehension in undergraduate mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 3-18.
- Plan de Estudios. (2011). *Secretaría de Educación Pública*. Retrieved 6 de Junio de 2014 from <http://basica.sep.gob.mx/reformaintegral/sitio/pdf/secundaria/plan/MatematicasSec11.pdf>
- PLAN DE ESTUDIOS. (2011). *Secretaría de Educación Pública*. Retrieved 6 de Junio de 2014 from <http://basica.sep.gob.mx/reformaintegral/sitio/pdf/secundaria/plan/MatematicasSec11.pdf>
- Rojano, T. (2003). *Página personal de la Dra. Teresa Rojano*. Retrieved 03 de mayo de 2014 from [www.teresarojano.net](http://www.teresarojano.net)
- SEAM. (2011). *Aprender Matemática, Haciendo Matemática: La evaluación en el aula*. México: Producto del SEAM, sin publicación.
- SEP. (2011). *Planes de Estudios 2011*. México D.F.: Sep.
- Vygotsky, L. (1978). *Mind in society, The development of Higher Psychological Processes*. Harvard University Press.
- Montague, M. (2010). Math problem solving for middle school students with disabilities. *OUTLOOK, Learning Disabilities Association of Michigan (LDA)*, 43(1), 3 – 6. Recuperado de: [http://www.k8accesscenter.org/training\\_resources/MathProblemSolving.asp](http://www.k8accesscenter.org/training_resources/MathProblemSolving.asp)
- Organista, P. (2005). Conciencia y metacognición. *Avances en Psicología Latinoamericana*, 23, pp. 77 -89. Recuperado de: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=79902307>

## 1. Aproximaciones Teóricas en Matemática Educativa

- Peñalva, L., (2010). Las matemáticas en el desarrollo de la metacognición. *Política y cultura, primavera*, (33), 135 – 151. Recuperado de: <http://www.redalyc.org/pdf/267/26712504008.pdf>
- Pifarré, M., & Sanuy, J. (2001). La enseñanza de estrategias de resolución de problemas matemáticos en la ESO: un ejemplo concreto. *Enseñanza de las ciencias*, 19(2), 297 – 308. Recuperado de: <http://www.raco.cat/index.php/ensenanza/article/viewFile/21745/21579>
- Polya, G. (1981). *Mathematical discovery on understanding, learning, and teaching problem solving*. New York: John Wiley.
- Pozo, J., & Mateos, M. (2009). Aprender a aprender: Hacia una gestión autónoma y metacognitiva del aprendizaje. En Pozo, J. & Pérez, M. (Ed.), *Psicología del aprendizaje universitario: La formación en competencias* (pp. 54 – 69). Madrid, España: Ediciones Morata, S.L.
- Puig, L. (1996). *Elementos de resolución de problemas*. Granada: Comares.
- Rodríguez, E. (2005). *Metacognición, resolución de problemas y enseñanza de las matemáticas. Una propuesta integradora desde el enfoque antropológico*. Tesis doctoral. Universidad Complutense, Madrid, España. Recuperado de: <http://biblioteca.ucm.es/tesis/edu/ucm-t28687.pdf>
- Sáiz, M., & Román, J. (2011). Entrenamiento metacognitivo y estrategias de resolución de problemas en niños de 5 a 7 años. *International Journal of Psychological Research*, 4(2), 9 – 19. Recuperado de: <http://www.redalyc.org/pdf/2990/299023516002.pdf>
- Silva, C. (2006). Educación en matemática y procesos metacognitivos en el aprendizaje. *Revista del Centro de Investigación. Universidad de la Salle*, 7(26), 81 – 91. Recuperado de: <http://www.redalyc.org/pdf/342/34202606.pdf>
- Soto, C. (2002). *Metacognición, Cambio conceptual y enseñanza de las ciencias*. Bogotá, Colombia: Cooperativa Editorial Magisterio.
- Tárraga, R. (2008). *¡Resuélvelo! eficacia de un entrenamiento en estrategias cognitivas y metacognitivas de solución de problemas matemáticos en estudiantes con dificultades de aprendizaje*. Tesis doctoral. Universidad de Valencia, España. Recuperado de: <http://www.tdx.cat/bitstream/handle/10803/10232/tarraga.pdf?sequence=1>